ИЗОБРАЖЕНИЕ ВРЕМЕНИ В НАУЧНЫХ ДИАГРАММАХ: РЕШЕНИЕ ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЕМ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ СВОБОДНО ПАДАЮЩЕГО ТЕЛА

Д. Н. Дроздова
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Москва, Россия
ddrozdova@hse.ru

Рассматриваются способы научного изображения темпоральных явлений на примере чертежей Галилео Галилея, при помощи которых он описывает и исследует равноускоренное движение. Для анализа применяется концептуальная рамка теории изобразительной и неизобразительной репрезентации Грегори Карри. Показано, что в случае научных диаграмм и графиков, представляющих время как одно из измерений пространства, основанием для геометрической изобразимости времени становится полагаемый изоморфизм между временем как континуумом мгновений и линией как континуумом точек. Парадигму такого структурного сопоставления мы находим в математическом мышлении Галилея, наиболее ярко проявляющемся в доказательстве формулы равноускоренного движения, представленном в «Беседах и математических доказательствах».

Ключевые слова: Галилео Галилей, история науки Нового времени, репрезентация темпоральности, научные диаграммы.

TIME REPRESENTATION IN SCIENTIFIC DIAGRAMS: GALILEO GALILEI'S SOLUTION TO THE PROBLEM OF THE MOTION OF A FREELY FALLING BODY

Daria N. Drozdova
Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation
ddrozdova@hse.ru

The textbook narrative of the scientific revolution of the 17th century says that the early modern transformation of physics and mechanics was grounded in mathematization, that is, the application of mathematical principles and procedures to physical entities and events. However, such a transformation faces a major obstacle: compared to geometry, mechanics includes an additional dimension, namely, time. When temporality of motion is to be represented geometrically, a question arises on how a temporal succession can be expressed by a static image. The problem of representation of temporal events is not limited to science. In my paper, I apply a conceptual tool elaborated by Gregory Currie for the analysis of temporal representations in art, especially in cinema, to the analysis of scientific diagrams. In his book *Image and Mind. Film, Philosophy, and Cognitive Science* (1995), Currie distinguishes depictive and nondepictive representations, arguing that depictive representation requires similarity and homomorphism between an object ant its representation. Thus, it seems that any non-temporal image of temporal processes would lack the required similarity and cannot be a depictive representation. However, taking into account explanations given by Galileo Galilei for his famous diagrams of accelerated motion, I argue that the representation of time in scientific diagrams as a geometrical line is grounded in isomorphism between time as a continuous structure and continuous structure of a geometrical line. The main temporal process studied by mechanics is motion. Motion can be represented in two main ways: as a trajectory of a body over some period of time or as a functional relation of various parameters of motion (speed, path, acceleration) versus time. In the latter case, time is usually represented in a diagram as a geometrical line. We can find the origin of this type of representation in the late medieval doctrine of 'intensio et remissio qualitatum', intension and remission of qualities, in the context of which first diagrams representing intensity and extension of velocity of nonuniform motion as a changing quality over time were produced (Nicolas Oresme). We can find very similar graphical schemes in Galileo Galilei's works, especially in *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638). In this work, Galileo announces with all clarity that he considers time to be the same aggregate of temporal moments as a line is an aggregate of points: every moment of time has a corresponding point on the geometrical line. This allows us to establish a homomorphic similarity between temporal duration and spatial (geometrical) extension. Thus, the essential requirement for depictive representation is met. Concluding, I have to point out that the homomorphic relation in this case is established between not real but abstract entities. The visible line itself is a representation of non-visible abstract geometrical line; in the same way, time consisting of non-divisible moments is just an abstract construction which refers to physical of psychological time-duration. However, the established relation between abstract time and abstract geometrical lines is a grounding event of the modern physical science.

Keywords: Galileo Galilei, history of early modern science, representations of temporal dimension, scientific diagrams.

DOI 10.23951/2312-7899-2021-4-58-80

Введение

Диаграммы, то есть условные и схематичные изображения – чаще всего геометрического характера, – широко используются в научных текстах уже с античности [Roby 2016]. Самые ранние диаграммы обнаруживаются еще в папирусах – обычно они сопровождали учебные тексты по элементарной геометрии и землемерию [Roby 2018]. С дальнейшим развитием геометрии, механики, геодезии, оптики они становятся не только дидактическим пособием, но и средством наглядного доказательства геометрических теорем и свойств физических объектов, которые могут быть сведены к геометрическому схематизму, хотя и следует отметить, что сами по себе изображения не являлись объектами, на которые были направлены геометрические рассуждения и доказательства. Платон в диалоге «Государство» подчеркивал, что чертежи – так же как тени и отражения – «служат лишь образным выражением того, что можно видеть не иначе как мысленным взором»[1] [Платон 2007, 346]. Рассуждение и доказательство обращено не к чертежу, а к тем объектам, которые чертеж изображает: «...когда [геометры] пользуются чертежами и делают отсюда выводы, их мысль обращена не на чертеж, а на те фигуры, подобием которых он служит» [Платон 2007, 346].

В дальнейшей истории научных текстов диаграммы приобрели как репрезентативную, так и эвристическую функцию, а в современном мире, охваченном «визуальным поворотом», с уверенностью можно говорить о беспрецедентно широком распространении диаграмм как формы представления и передачи информации. Однако развитие разных дисциплин по-разному влияло на использование в них визуальных инструментов. Например, геометрические чертежи, которые долгое время были обязательным элементом математического рассуждения и доказательства, постепенно – в той мере, в какой объекты геометрии утрачивали наглядность, – вытеснялись иными способами обращения с ними: аксиоматическими построениями и формальным описанием [Greaves 2002]. Наоборот, в логике силлогистические, то есть формальные, способы доказательства в XVIII–XIX веках были потеснены визуальными инструментами, то есть представлением логического содержания и логических отношений в виде геометрических фигур (диаграммы Эйлера, Венна, Пирса) [Lemanski 2016; Shin 1994].

Если в геометрии, логике, механике, а также в современной статистике и других дисциплинах диаграммы служили подспорьем для мышления, чтобы достигать верных умозаключений, то в космологических трактатах Средних веков и эпохи Возрождения схематические изображения играли иную роль. В них изображение

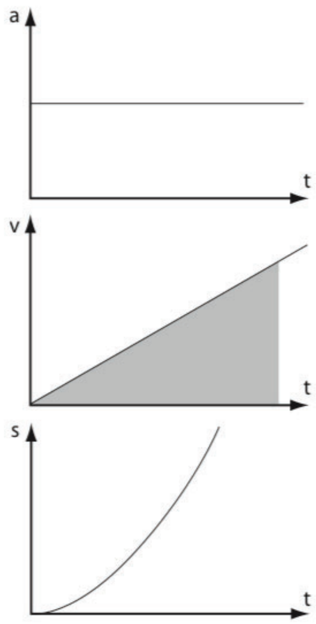
[1] Государство, VI, 510e.

давало в большей степени пищу воображению, нежели разуму, представляя структуру сферического космоса или географического устройства Земли в виде рисунков и чертежей. Не являясь вспомогательным инструментом умозаключения, изображение все же давало возможность воображению охватить единым взглядом – как бы с точки зрения Бога – весь универсум целиком, что не было доступно человеческому взгляду, укорененному внутри этого мира.

Однако все эти диаграммы и изображения имели дело со статистическими объектами, они не претендовали на то, чтобы выражать время и движение – а именно это становится основной задачей механики в период европейской научной революции XVI–XVII веков, то есть тогда, когда изучение видов, законов и свойств движения становится главным содержанием новой физико-математической науки.

Один из исследователей классической механики эпохи научной революции, Александр Койре, подчеркивал, что важнейшей заслугой творцов нового естествознания было соединение натуральной философии, то есть физики, с математикой: применение математических доказательств позволяло достичь точности и достоверности в описании физических явлений. При этом математика в XVII веке понималась в первую очередь как геометрия, геометрия же была сродна пространственным движениям, которые становились предметом внимания физиков и механиков, что облегчало ее внедрение в рассуждения сторонников нового естествознания. Однако сложность возникала в связи с тем, что всякое пространственное движение происходило во времени, поэтому изучение движения новыми математическими методами требовало математизации, то есть геометризации, времени, поскольку «проще (и естественней) *видеть*, т. е. *представлять* в пространстве, нежели *мыслить* во времени» [Koyré 1966, 97].

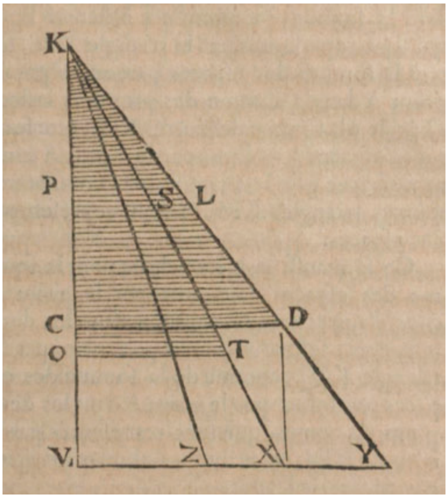
Движение, таким образом, было призвано «замереть» и превратиться в линию и фигуру. Мы знаем, каков был итог этого процесса: достаточно открыть любой школьный учебник, где излагаются основные характеристики и законы движения, и мы сразу встретим представление движения в виде графика изменения пройденного расстояния или скорости от времени. И сейчас для нас нет ничего более привычного, чем изображать такой график, где время течет горизонтально, скорость – функция времени, а расстояние – площадь под кривой (ил. 1). Время, таким образом, превратилось в линию, а его «течение» стало направлением координатной оси, идущей горизонтально слева направо.



Ил. 1. График зависимости ускорения (*a*), скорости (*v*) и пройденного расстояния (*s*) от времени (*t*) при равноускоренном движении

Казалось, уже в XVII веке были заложены основы такого изображения движения. Уже Галилео Галилей строил диаграммы, где скорость изображалась как переменная величина, зависящая от времени, – и время представлено в диаграммах Галилея в виде линии. Ньютон в своем методе флюксий называл независимую величину, по которой «плывет» флюэнта, временем. В этом была заложена основа функционального рассмотрения характеристик движения [Юшкевич 1966, 140]. Однако переход к привычным нам графикам оказался невероятно долгим.

Привычный нам график зависимости скорости и пройденного расстояния от времени получает распространение в школьных и университетских учебниках только начиная с XIX века. На протяжении XVIII века, даже после работ Эйлера и Д'Аламбера, в учебниках использовалась иная диаграмма, изображающая изменение скорости в ходе ускоренного движения, – в ней ускоренное движение было представлено треугольником, в котором время откладывалось не по горизонтали, а по вертикали, верхняя вершина треугольника соответствовала началу движения, а горизонтальные отрезки внутри треугольника изображали изменяющуюся во времени скорость (ил. 2).



Ил. 2. Геометрическое изображение роста скорости при ускоренном падении вдоль линии *KV*. Источник: *De La Hire, Philippe*. Traité de mécanique. Paris, 1695, 413

Источником такого изображения равноускоренного движения стали диаграммы, использовавшиеся Галилео Галилеем. Именно в его работах было впервые опубликовано математическое соотношение между пройденным расстоянием и временем в случае равноускоренного движения, доказательство которого сопровождалось чертежами, породившими дальнейшую устойчивую традицию в изображении и анализе такого движения.

В данной работе мы предлагаем рассмотреть, какую роль играли диаграммы Галилея в его доказательствах, каким образом они выступали инструментами для изображения времени и движения во времени. Мы также намерены рассмотреть вопрос, почему принятое Галилеем изображение времени в качестве вертикальной линии является свидетельством того, что данная диаграмма связана с одной и очень определенной задачей, и приверженность этой схематизации становится препятствием для развития представления о движении во времени как о процессе, не имеющем цели и завершения.

Дальнейшее изложение строится в трех частях. В первой части работы задается теоретическая рамка анализа через привлечение категорий из области теории изобразительного искусства. Во второй части описано развитие подходов к изображению и представлению движения через геометрические схемы и диаграммы, которое происходило в Средние века и раннее Новое время. В третьей части работы анализируется самый известный пример изображения зависимости скорости от времени эпохи раннего Нового времени, то есть геометрические диаграммы, использованные Галилеем в его «Беседах и математических доказательствах» в качестве визуального инструмента для демонстрации закона равномерно ускоренного движения.

Репрезентация темпоральности в науке и искусстве

Как отмечает в своей монографии, посвященной понятию времени в европейской философии и науке, П. П. Гайденко, «...время есть особого рода протяженность, отличающаяся от пространственной протяженности тем, что части ее не даны вместе как рядоположные, а сменяют друг друга как последовательные, непрестанно появляясь и тут же исчезая» [Гайденко 2003, 62]. Это свойство переносится и на основной объект изучения механики – на движение. Поскольку движение совершается во времени, а моменты времени существуют в виде последовательности, разные моменты которой не даны нам одновременно, то отсюда вырастает сложность в изображении движения: как охватить и зафиксировать движение единовременно?

Вопрос такого рода не является специфическим только для науки, он возникает везде, где есть необходимость представлять и описывать что-то, происходящее во времени, в частности в искусстве. И в науке, и в искусстве мы можем спрашивать себя, какими средствами может быть выражена темпоральность и может ли статическое изображение любого рода (как произведение искусства, так и научная диаграмма) выражать изменение во времени?

В своей работе об изобразительных средствах кинематографа Грегори Карри предложил различать три типа темпоральности: (1) которая присуща самому произведению искусства; (2) которая возникает в опыте того, кто взаимодействует с этим произведением; (3) которая свойственна объекту, изображаемому в произведении [Currie 1995, 92–96]. Первый тип темпоральности наиболее ярко проявляется в произведениях, которые сами по себе обладают какой-то длительностью, – в музыке или кинематографе. Различие между первым и вторым типом темпоральности лучше всего можно показать на примере литературного произведения: текст как таковой не обладает длительностью, но читатель должен затратить время, чтобы с ним ознакомиться. Третий же тип темпоральности может и не присутствовать в явном виде ни в произведении, ни в опыте читателя или зрителя, но все же должен быть некоторым образом представлен и выражен, поскольку существование или изменение во времени является существенной характеристикой изображаемого (реального или фиктивного) объекта.

Одновременно с этим Карри вводит различие между изобразительной (*depictive*) и неизобразительной (*nondepictive*) репрезентацией [Currie 1995, 90]. Это различие базируется на том, что нечто может быть *изображено* (*depict*) напрямую, посредством отношения интуитивно угадываемого сходства, а может быть *выражено* (*represent*), но не изображено. Например, картина изображает (*depict*) корову, если в соотношении цветовых пятен и линий вы способны распознать корову, то есть когда расположение цветовых пятен и линий таково, что оно схоже с расположением цветовых пятен и линий, которое возникает в вашем восприятии, когда вы видите реальную корову. Однако настроение героя на картине или в фильме, будучи внутренним состоянием, не *изображается* прямым образом, а *выражается* (*is represented*), то есть распознается через те элементы – положение тела, выражение лица, которые непосредственно изображены.

Если мы вернемся к проблеме изображения времени и длительности в науке, то можем найти все те же типы темпоральности, о которых говорит Карри в отношении произведения искусства: темпоральные объекты научных исследований могут быть зафиксированы при помощи средств, которые обладают длительностью сами по себе (аудио- и видеозаписи), они могут быть записаны в виде упорядоченных данных, последовательное прочтение которых будет требовать времени исследователя, но могут быть представлены в виде единовременно данного изображения (графика, диаграммы, схемы), прочтение которого, может, и будет занимать время, но зачастую несравнимое с длительностью изображаемого процесса.

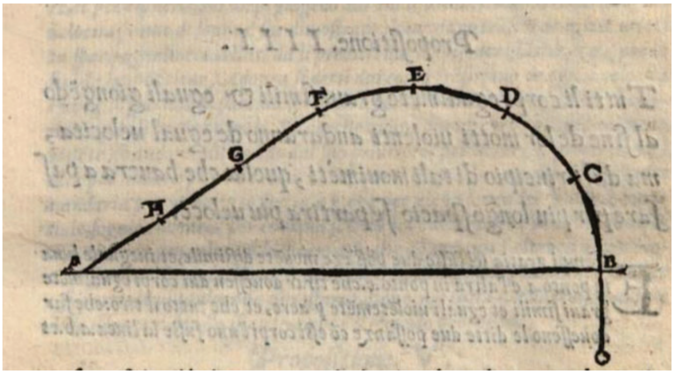
В данной работе наше внимание сконцентрировано на последней ситуации – когда сам объект обладает длительностью, но способ его представления является статичным. Мы должны прийти к заключению, что тогда речь может идти только о неизобразительной репрезентации: статические графики и диаграммы не изображают (*depict*) темпоральность своих объектов, поскольку у длительности и течения времени нет характеристик, которые могут быть изображены, но выражают (*represent*) темпоральность иными средствами.

Это предположение усиливается вводимым Карри представлением о *гомоморфной* репрезентации, когда некоторые свойства изображения служат для представления свойств того же рода в изображаемом объекте [Currie 1995, 97]. Гомоморфность фактически позволяет нам установить прямое соотношение между репрезентацией и репрезентируемым объектом, сделав его изображаемым. В случае темпоральных объектов гомоморфная репрезентация наилучшим образом осуществляется в кинематографе, где есть возможность отобразить временную последовательность событий как сменяющуюся последовательность изображений на экране, тем самым выполнив условие отображать свойства некоторого рода (последовательность изображаемых событий) через свойства того же рода (последовательность изображений в фильме).

Кажется, что попытка отобразить темпоральность объекта в статическом изображении (графике, схеме или диаграмме) приводит к нарушению гомоморфности, тем самым затрудняет адекватное изображение процессов, происходящих во времени. Однако мне бы хотелось принять здесь расширенное понимание гомоморфности и показать, что время в научных диаграммах совершенно не случайно замещается на пространство и чаще всего изображается в виде линии. Один из важных процессов, который произошел в ходе Научной революции, был связан с постижением времени и пространства как континуума и с признанием их изоморфности: в любом промежутке времени содержится столько же мгновений, сколько точек в отрезке (т. е. бесконечно много), поэтому время не только может изображаться при помощи линий, но само основное свойство времени – его «бесконечная насыщенность» мгновениями – может быть адекватно отображено основным свойством линии, ее «бесконечной насыщенностью» точками. А это не что иное, как приведенное выше определение гомоморфной репрезентации.

Геометрическое изображение времени и движения в научных диаграммах

Указанный выше процесс соотнесения времени и пространства начался задолго до Галилея, в ходе разработок инструментов для анализа движущихся тел и движения, который происходил в XV–XVII веках. В научных диаграммах того времени наиболее распространенными являются два способа изображения движения, в которых процесс, происходящий во времени, «схватывается» единовременно, – это изображение *траектории* движущегося тела или представление характеристик движения как *функции времени*, где «время» представлено линией на геометрическом чертеже. Разница между этими двумя подходами в том, что при изображении траектории время не превращается в одно из измерений пространства, как в графиках, отображающих зависимость от времени, – оно присутствует в изображении через сведенное в единое целое и данное одномоментно множество пространственных положений движущегося объекта, представленных, к примеру, точками *A, G, F, E* на траектории движения пушечного ядра (ил. 3).



Ил. 3. Траектория пушечного ядра. Источник: *Tartaglia, Nicolo*. La Nova Scientia con una Gionta al Terzo libro. [Vinegia], 1558, 6. Буквы A, G, F, E обозначают положение ядра на траектории в разные моменты времени

При изображении траектории движения реальный физический процесс замещается геометрической схемой. При этом полагается, что (1) пространство, в котором происходит движение, – это геометрическое пространство, (2) тело последовательно проходит все промежуточные положения между точками начала и конца движения без разрывов и скачков, (3) само перемещение тела (а точнее, перемещение его геометрического или физического центра) может быть изображено как перемещение геометрической точки, то есть *линией*. Таким образом, геометрическая *линия*-траектория схватывает движение, осуществляющееся в некоторый период времени, как завершенное целое, при этом все последовательные состояния, проходимые телом, представлены как наличествующие в одной *линии*, а разные положения тела в отдельные моменты времени могут быть обозначены как точки на этой *линии*.

Поскольку в данной схеме движение представлено в качестве некоторой *линии*, то есть некоторого геометрического объекта, то может быть поставлен вопрос о том, какими свойствами обладает эта *линия* при разных типах движения. Достаточно продолжительное время, которое совпадает с господством аристотелевской натуральной философии, существовало мнение, что все натуральные движения осуществляются *либо по прямой* (*для тел подлунного мира*), либо по окружностям и их комбинациям (для небесных тел). Другие, более сложные, траектории движения, такие как спираль, циклоида, конхоида, трохоида и др., могут быть получены при помощи искусственных механических приспособлений. И хотя с развитием механики в период Научной революции усложняется и представление о возможных природных траекториях движения тел, все же сохраняется убежденность, что траектории простых натуральных движений – это правильные геометрические кривые, которые могут быть описаны при помощи уравнений первого или второго порядка (эллипс, парабола или гипербола), тогда как механические движения, упомянутые выше, производят траектории, соответствующие трансцендентальным кривым, которые в аналитическом виде выражены быть не могут.

Иным подходом является представление движения в виде изображения зависящих от времени характеристик. В этом случае изображается не само движение и не движущийся объект, а схема, представляющая разные величины, связанные с этим движением, такие как пройденное расстояние, скорость или ускорение, которые изменяют свое значение в зависимости от времени – и это изменение может быть представлено графически.

Обычно принято считать, что истоки такого геометрического подхода к представлению движения можно найти в средневековой доктрине *latitudo formarum* (интенсивности качеств) [Юшкевич 1966, 130–132; Schemmel 2008, 54–60]. В рамках этого подхода анализировались качества субстанций, которые могут приобретаться и меняться во времени: например, изменение температуры при нагревании и охлаждении или степень благодати, устремленности души к Богу, при усердной молитве или после совершения греха. Одним из таких качеств можно считать и скорость, то есть степень интенсивности движения.

Начало математическому исследованию изменяющихся качеств было положено школой «калькуляторов» Мертонского колледжа Оксфорда, тогда как французский теолог, космолог и математик Николай Орем (ок. 1320–1382) обычно считается автором первого графического представления интенсивности и изменения качеств с помощью геометрических диаграмм. Многие более поздние учебники, в частности имевшие хождение в XVI веке, были проиллюстрированы диаграммами, разработанными (или первоначально использованными) Николаем Оремом [Зубов 2000].

В работах Орема качество описывается в терминах протяженности (*extensio*) и интенсивности (*intensio*). На диаграммах протяженность обычно представлена горизонтальной линией, а интенсивность качества и его степень (*gradus, latitudo*) – перпендикулярными отрезками, проведенными из различных точек горизонтальной линии (ил. 4). Вертикальные отрезки должны быть пропорциональны интенсивности качества в данной точке, а вся фигура представляет тогда совокупную интенсивность этого качества.

Ил. 4. Протяженность и интенсивность качества.
Источник: *Oresme, Nicolas*. De latitudinibus formarum, 1482, 3r

Протяженность качества, которая изображается в диаграммах Орема в виде горизонтальной линии, соответствует тому, как изменение качества распространено либо в субъекте (например, когда одна часть тела более нагрета, чем другая), либо во времени (когда тело целиком постепенно нагревается или остывает). Если мы берем изменение во времени, то может возникнуть впечатление, что речь может идти о «мгновенной величине», поскольку каждой точке линии (моменту времени) будет соответствовать какая-то величина качества. В частности, это способно привести нас к выводу, что уже в XIV веке было сформулировано понятие «мгновенной скорости» движения. Однако такая трактовка является спорной, и нет основания полагать, что авторы этой концепции признавали существование качества бесконечно малой длительности. Скорее, интенсивность скорости в какой-то момент времени следует понимать как характеристику того, как происходило бы движение, если бы модификация прекратилась в данный момент.

Поскольку в случае локального движения горизонтальная линия обозначает время, а перпендикулярные отрезки представляют изменяющуюся величину скорости, то площадь диаграммы считается представляющей количество качества, т. е. «совокупную скорость» (*velocitas totalis*). Учитывая, что общая скорость соответствует пространству, пройденному за данное время, площадь диаграммы может служить для обозначения пройденного расстояния. Отметим, однако, что площадь сама по себе не является изображением расстояния – она отображает суммарное количество качества (скорости), которое, в свою очередь, служит индикатором пройденного расстояния.

Одним из весьма важных результатов этого геометрического метода является теорема о средней степени (скорости). Эта теорема была впервые сформулирована в Мертоновском колледже, поэтому в литературе ее иногда называют мертоновским правилом. В применении к движению теорема гласит, что для любого равномерно изменяющегося (униформно-дифформного) движения, которое начинается (или заканчивается) нулевой степенью, существует эквивалентное равномерное движение: это равномерное движение, скорость которого равна степени скорости, которую равномерно изменяющееся движение приобретает в средний момент времени [Зубов 2000, 12–13].

На диаграммах Орема равномерно изменяющееся движение изображается прямоугольным треугольником, а равномерное движение – прямоугольником, который строится через среднюю линию этого треугольника. В доказательстве предполагается, что «совокупная скорость» выражает пройденное совокупное расстояние, поэтому если равны «совокупные скорости», то есть площади двух фигур, то равно и расстояние, которое может быть пройдено движущимися телами за равное время.

Такое доказательство по современным стандартам вряд ли можно назвать строгим. Должно еще пройти много лет, прежде чем развитие математики бесконечно малых и математического анализа позволит разработать строгое доказательство этой теоремы. Это, однако, не было препятствием для того, чтобы рассуждения, базирующиеся на геометрической репрезентации движения, получили дальнейшее развитие.

Это происходит, в частности, в работах Галилео Галилея, который сделал вопрос о свойствах и математических закономерностях движения тел одним из центральных для своего рассмотрения. Галилей, в частности, делает шаг дальше и показывает, что из теоремы о средней скорости можно вывести важную характеристику равномерно ускоренного движения: пройденные за каждую следующую единицу времени расстояния меняются как последовательность нечетных чисел (что эквивалентно утверждению о том, что общее пройденное расстояние растет пропорционально квадрату времени). Эти «сформулированные Галилеем законы падения тел позволили установить принцип, связывающий между собой пространство и время, и таким образом создать математический аппарат для исчисления движения», что, по мнению П. П. Гайденко, «привело к геометрическому истолкованию времени» [Гайденко 2003, 133, 97].

Такое геометрическое истолкование времени проявляется в первую очередь в том, что для доказательства своего положения Галилей прибегает вовсе не к опытам, а к математическому рассуждению, которое опирается на геометрическую диаграмму. В этой диаграмме, так же как и у Орема, время движения изображалось линией, а степень скорости, которая была за это время приобретена телом, – перпендикулярными отрезками разной длины. Однако, в отличие от Орема, линия, изображавшая время, была направлена вертикально вниз, а сама диаграмма представляла собой прямоугольный треугольник, верхняя точка которого изображала точку начала движения (падения), а нижнее основание – момент завершения движения, когда тело достигает максимальной скорости.

В следующих разделах мы рассмотрим, какую роль играла эта диаграмма в доказательстве теоремы о равномерно ускоренном движении Галилея и как эта диаграмма сохраняла свое значение и функцию многие десятилетия спустя.

Диаграмма равномерно ускоренного движения у Галилея

Работы Галилея и его исследования законов движения хорошо известны и подробно описаны. Нередко становилось предметом детального анализа и геометрическое доказательство закона приращения расстояния при равноускоренном движении [Arthur 2016; Damerow et al. 2004; Koyré 1966; Palmerino 2010]. Поэтому в данной работе я опущу многие детали, связанные с тем, как Галилей пришел к этому результату, и сразу перейду к рассмотрению той формы доказательства и его геометрического сопровождения, которые были представлены в последнем опубликованном труде Галилея.

Третий день «Бесед и математических доказательств, касающихся двух новых отраслей науки» (1638) начинается большой вставкой на латинском языке – трактатом «О местном движении» (*de motu locali*), который приписывается авторству Академика, то есть самого Галилея, и который в дальнейшем становится предметом обсуждения постоянных участников галилеевских диалогов – Сагредо, Сальвиати и Симпличио[2].

Первые определения и теоремы этого трактата посвящены равномерному движению. В них Галилей устанавливает правила определения соотношений (пропорций) между равномерными движениями, происходящими с разными скоростями, и для этого он использует геометрические соотношения (пропорции) между *линиями*, которые изображают либо сопоставляемые скорости, либо времена, либо расстояния (теоремы IV, V, VI).

В следующем разделе Галилей переходит к обсуждению равномерно ускоренного движения. Отправной точкой его рассуждения служит необходимость описать ускоренное движение, встречающееся в природе, в частности движение падающих тел. Для этого Галилей стремится найти «определение ускоренного движения, совпадающего со случаем естественно ускоряющегося движения» [Галилей 1964, 239], то есть найти математическую модель изменяющегося движения, которое будет соответствовать движению, происходящему в природе. Галилей полагает, что наилучшей и простейшей моделью ускоренного движения будет являться движение, при котором приращение скорости происходит пропорционально времени: «...такое определение, найденное после долгих размышлений, кажется нам достойным доверия преимущественно на том основании, что результаты опытов, воспринимаемые нашими чувствами, вполне соответствуют выведенным из него свойствам» [Галилей 1964, 239].

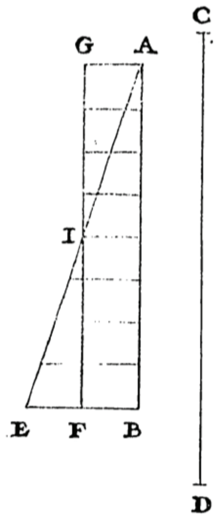
Предложенное автором трактата определение не остается без внимания собеседников – и Сагредо, Сальвиати и Симпличио пускаются в долгое обсуждение реалистичности такого подхода. Однако Сальвиати призывает собеседников не задерживаться на тех возражениях, которые могут быть выдвинуты, а принять предложенное определение как «постулат, абсолютная правильность которого обнаружится впоследствии, когда мы ознакомимся с выводами из этой гипотезы, точно согласующимися с данными опыта» [Галилей 1964, 248]. Таким образом, остается решить вопрос, о каких выводах идет речь – какие свойства движения следуют из определения, предложенного Галилеем?

Первый шаг, которые делает Галилей, – доказывает теорему о средней скорости (теорема I). Доказательство проводится с опорой на геометрический чертеж (ил. 5), где время движения представлено в виде вертикальной *линии AB*, а возрастающие степени

---

[2] Цитаты из Галилея даются по второму тому «Избранных произведений» 1964 года [Галилей 1964], оригинальный текст берется по классическому изданию Национального собрания сочинений под ред. А. Фаваро [Galilei 1898].

скорости, приобретаемые при движении, изображаются горизонтальными линиями, проведенными перпендикулярно *AB*, так что в точке (в момент времени) *B* тело приобретает максимальную степень скорости *EB*. По рассуждению Галилея, движение, осуществляемое за время *AB* ускоряющимся телом, будет эквивалентно движению, которое осуществляет за то же время *AB* тело, которое движется равномерно со степенью скорости, приобретенной за первую половину времени *AB* (точка *I*). Таким образом, треугольник *AEB* и прямоугольник *AGFB* изображают полную, или совокупную, скорость, приобретенную телом за время *AB* в ходе равномерно ускоренного движения (когда степень скорости постоянно увеличивается) и в ходе равномерного движения (когда степень скорости остается неизменной), равенство же площадей двух геометрических фигур будет означать равное количество совокупной скорости, что должно означать и равное совокупное движение, а следовательно, и равное пройденное расстояние.

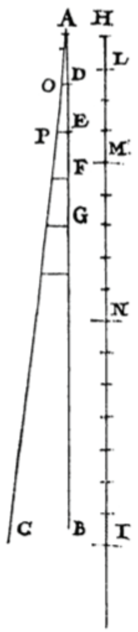


Ил. 5. Доказательство теоремы о средней скорости. Источник: *Galilei G.* Le opere. Edizione nazionale. Vol. VIII. Firenze: Barbera, 1898, 208

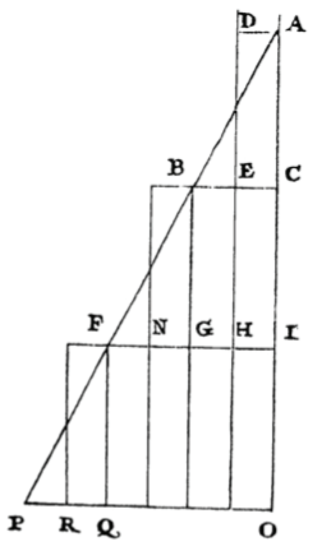
Следует особо отметить, что в этом рассуждении Галилей – так же как и Орем – не идентифицирует сами площади фигур с пройденным расстоянием. На это указывает в своем исследовании Карла Рита Пальмерино, особо подчеркивая, что пройденное расстояние Галилей изображает на диаграмме как отдельную вертикальную линию *CD* [Palmerino 2010, 437]. Вопрос стоит о том, каким движением может быть заменено равноускоренное движение, – то есть при каком равномерном движении тело будет проходить расстояние *CD* за время *AB*. И Галилей полагает, что он дал ответ на этот вопрос.

В следующей теореме Галилей приводит доказательство основного свойства равноускоренного движения – что суммарное пройденное расстояние будет расти пропорционально квадрату затраченного времени. Здесь Галилей опять изображает время вертикальной линией *AB*, а пройденное расстояние откладывает на отдельно изображенной вертикальной линии *HI* (ил. 6). Далее доказательство опирается на результат предыдущей теоремы, согласно которой мы можем заменить ускоренное движение движением равномерным, которое происходит со скоростью, равной половине максимальной скорости, приобретенной за время движения. И поскольку с ростом времени пропорционально растет как максимальная скорость, так и ее «срединное» значение, то пройденное расстояние, которое зависит и от времени, и от скорости, будет расти в двойной пропорции, то есть как квадрат времени. Следствием этого является то, что расстояние, пройденное в каждую следующую единицу времени, меняется как последовательность нечетных чисел, начиная от 1, то есть 1, 3, 5, 7...

Тут чтение латинского трактата прерывается, слово берет комментатор, Сагредо, и предлагает иной, более наглядный подход к этому доказательству, который другой собеседник, Симпличио, оценивает как более понятный, нежели «несколько неясные для меня доказательства нашего Автора» [Галилей 1964, 252]. Здесь внимание участников беседы опять обращено к геометрическому чертежу (ил. 7). На нем, однако, исчезает дополнительная линия, отображавшая расстояния, а остается только «треугольник движения», то есть диаграмма, в которой движение представлено в виде прямоугольного треугольника, где вертикальная линия изображает время, горизонтальные отрезки внутри треугольника изображают приобретенную к данному моменту времени степень скорости (*grado di velocità*), а площадь геометрических фигур – общую скорость (*tutta la velocità*). Следует особо отметить, как настаивает Ричард Артур [Arthur 2016], что в этом доказательстве отчетливо видно, что Галилей (или говорящий от его лица Сагредо) не обладает еще понятием «мгновенной скорости»: степень скорости, приобретенная за время движения, характеризует то, как двигалось бы тело, если бы приращение скорости прекратилось в данный момент: оно продолжило бы двигаться равномерно, а скорость этого равномерного движения равнялась бы степени скорости, приобретенной за время ускорения. На соединении такой трактовки приобретенной «степени скорости» и изложенной ранее теоремы о средней скорости и строится доказательство Сагредо: он наглядно показывает, что треугольник *ABC*, представляющий ускоренное движение за первый интервал времени *AB*, может быть замещен равным по площади прямоугольником *ADEC*. Однако движение в следующий интервал времени будет складываться из того равномерного движения, которое могло бы осуществлять тело, если бы его ускорение в этот момент прекратилось (оно представлено прямоугольником *CBGI*, который равен двум прямоугольникам *ADEC*), и дополнительного ускорения, происходящего точно так же, как и в первый интервал времени. Это дополнительное приращение скорости представлено треугольником *BFG*, снова равным прямоугольнику *ADEC*. В сумме мы получим, что движение во второй интервал времени равно трем прямоугольникам *ADEC*, то есть расстояние, пройденное за второй промежуток времени, будет в 3 раза больше, чем в первый. Далее можно аналогично показать, что в следующий момент времени будет пройдено расстояние в 5 раз больше, потом в 7 раз больше и так далее, что достаточно наглядно изображено на диаграмме. И, сделав ход, обратный тому, который был сделан в теореме II, мы от последовательности нечетных чисел переходим к заключению, что суммарная дистанция растет как квадрат времени.



Ил. 6. Доказательство пропорциональности пройденного при равноускоренном движении расстояния квадрату времени. Источник: *Galilei G.* Le opere. Edizione nazionale. Vol. VIII. Firenze: Barbera, 1898, 209



Ил. 7. Второе доказательство формулы ускоренного движения. Источник: *Galilei G.* Le opere. Edizione nazionale. Vol. VIII. Firenze: Barbera, 1898, 211

* * *

Остановимся в заключение на некоторых свойствах диаграмм Галилея как репрезентации времени и движения. Прежде всего следует отметить, что мы имеем дело с несколькими уровнями репрезентации, или обозначения. Сам по себе чертеж, созданный на бумаге, не является геометрическим объектом, но представляет нам геометрический объект в физическом образе: напечатанные точки и линии не являются безразмерными, а имеют некоторую ширину, они могут быть неровными, могут даже быть цветными – все это не свойственно геометрическим точкам, линиям и фигурам. Вспомним снова Платона: чертежи «служат лишь образным выражением того, что можно видеть не иначе как мысленным взором»[3].

Однако в геометрических диаграммах Галилея возникает и второй уровень репрезентации: геометрическая линия, которая представлена на бумаге при помощи чернил или типографской краски, сама по себе является представлением совсем иного и вовсе не геометрического объекта – времени или скорости. Это особо заметно в тот момент, когда Галилей в доказательстве первой теоремы указывает, что «каждому отдельному времени *AB* соответствует и отдельная точка на линии *AB*» (*instantibus temporis AB respondeant singula et omnia puncta lineae AB*) [Galieli 1898, 208; Галилей 1964, 249]. Одинаково называя как интервал времени, так и представляющую его линию – *AB*, он словно «удваивает» представленные на чертеже сущности. Он подчеркивает тем самым, что выраженная при помощи чертежа геометрическая (то есть мыслимая) линия *AB* сама по себе есть изображение иной реальности, которая вовсе не является ни чертежом, ни геометрической линией, а промежутком времени.

Выше мы рассматривали различение между тем, что может быть изображено (*depict*), и тем, что изображение представляет или выражает (*represent*). Одним из условий изобразимости является наличие схожести между изображением и изображаемым: «...изображения (*depiction*) подобны вещам, которые они изображают (*depict*)» [Currie 1995, 79]. Это предполагает наличие у изображения свойств, которые могут быть напрямую соотнесены со свойствами изображаемого и являются их прямым представлением [Currie 1995, 97; Le Podevin 2007, 134], как, например, взаимное расположение линий на бумаге в чертеже треугольника соответствует взаимному расположению линий в треугольнике геометрическом.

[3] Государство, VI, 510e.

Приведенная выше цитата Галилея и устанавливает подобное сходство между временем и линией. Как указывает Карла Рита Пальмерино, все предприятие Галилея по доказательству закона равноускоренного движения возможно лишь в той степени, в какой оно базируется на изоморфизме движения (времени) и линии [Palmerino 2010, 434]. Эта логика изоморфизма предполагает, что диаграмма изображает не само движение или время, а некоторую характеристику, полным структурным соответствием которой выступает некоторая характеристика самого изображения. В нашем случае это будет изоморфизм между непрерывностью (континуальностью) геометрической линии, используемой в изображении, и непрерывностью (континуальностью) времени и происходящего во времени изменения скорости. Как указывает Галилей [Galilei 1898, 208; Галилей 1964, 249], каждая точка представленной на диаграмме линии *AB* отображает отдельный момент времени, каждый отрезок, перпендикулярный линии *AB*, изображает непрерывное изменение скорости, а полная совокупность (*aggregatus*) линий, составляющая, согласно учению Бонавентуры Кавельери, полную площадь фигуры, будет отображать осуществленное движение.

Осталось отметить одно свойство диаграммы Галилея, которое, как кажется, является важным для дальнейшей истории. Хотя и в ранних схемах Орема, и в диаграмме Галилея происходит «геометризация» времени, то есть темпоральная длительность представляется в виде пространственной протяженности или линии, тем не менее две эти схематизации отличаются выбором ориентации «линии времени»: если для Орема время, будучи одним из вариантов экстенсивности, изображалось горизонтальной линией, то Галилей отдает предпочтение вертикальному изображению «линии времени», что было унаследовано последующими диаграммами XVIII века. Это свойство чертежа Галилея непосредственно отсылает к той задаче, которую он пытался решить, когда рассуждал о математической гипотезе равномерно ускоренного движения, – он искал математические законы, описывающие вполне реальный природный процесс: свободное падение. Свободное падение происходит сверху вниз, поэтому Галилей размещает начало движения в верхней точке диаграммы. Далее тело движется вниз, оно приобретает новые градусы скорости – и именно это отражает диаграмма, именно таким образом располагая начало и конец движения.

Проблема, однако, в том, что падение заканчивается, когда тело достигает Земли. И диаграмма не может продолжаться вниз неограниченно. Поэтому схема, которая изображает течение времени в виде вертикальной линии, является закрытой схемой, у нее не может быть продолжения, ее время не может течь неограниченно. Более поздний поворот – или, лучше, возвращение – к идентификации времени с горизонтальной осью абсцисс делает очень важную в интеллектуальном плане вещь: позволяет выразить через диаграмму неограниченную длительность времени, которое может продолжаться столь долго, сколько в нашем воображении мы сможем тянуть луч координатной прямой вправо. Символично здесь и то, что время изображается движением слева направо – это соответствует правилу чтения, принятому в европейской культуре. Мы следим за текстом от левого края до правого, поэтому для нас развитие истории во времени тоже «прочитывается» аналогичным движением глаз. Неявным образом *право* соотнесено у нас с будущим, поэтому чтение графиков, где время изображено как ось, идущая слева направо, позволяет нам мыслить время как продолжающееся неограниченно «в будущее». Однако для этого простого шага потребовалось достаточно много времени и много усилий, анализ которых будет задачей будущих исследований.

Мне бы хотелось завершить этот текст словами Александра Койре: «*Представить себе* время, конечно же, невозможно. И всякое графическое представление всегда будет граничить с опасностью впадения в крайнюю геометризацию. Однако непрестанное усилие разума, мышления, *мыслящего* и *понимающего* длящийся характер времени, сумеет без всякого риска символически изобразить его с помощью пространства» [Koyré 1966, 157][4]. Галилей, по мнению Койре, эту задачу сумел выполнить – даже изображая движение с помощью пространства, он мыслил его как происходящее во времени. Остается, однако, открытым вопрос: сможем ли мы сегодня не потерять это усилие разума и за наглядностью геометрического чертежа увидеть изоморфную, но не идентичную пространству природу времени.

БИБЛИОГРАФИЯ

Гайденко 2003 – *Гайденко П. П.* Время. Длительность. Вечность. Проблема времени в европейской философии и науке. М.: Прогресс-Традиция, 2003.

Галилей 1964 – *Галилей Г.* Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки // Избранные труды : в 2 т. М.: Наука, 1964. Т. 2.

[4] Перевод Н. Кочинян.

Зубов 2000 – *Зубов В. П.* Трактат Николая Орема «О конфигурации качеств» // Орем Н. О конфигурации качеств. М.: Эдиториал УРСС, 2000. С. 5–39.

Платон 2007 – *Платон*. Сочинения : в 4 т. / ред. В. Ф. Асмус. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2007. Т. 3, ч. 1.

Юшкевич 1966 – *Юшкевич А. П.* О развитии понятия функции // Историко-математические исследования / ред. Г. Ф. Рыбкин, А. П. Юшкевич. М.: Наука, 1966.

Arthur 2016 – *Arthur R. T. W.* On the Mathematization of Free Fall: Galileo, Descartes, and a History of Misconstrual // The Language of Nature: Reassessing the Mathematization of Natural Philosophy in the Seventeenth Century. 2016. (Minessota Studies in the Philosophy of Science; 20). URL: https://manifold.umn.edu/read/untitled-7ca18210-217d-40f2-83fe-b0add1d84ede/section/bb88e7f4-7451-4b26-9056-a21f51f49091 (accessed: 08.05.2021).

Currie 1995 – *Currie G.* Image and Mind. Film, philosophy, and cognitive science. Cambridge; New York; Melbourne: Cambridge University Press, 1995.

Damerow et al. 2004 – *Damerow P., Freudenthal G., McLaughlin P., Renn J.* Exploring the Limits of Preclassical Mechanics a Study of Conceptual Development in Early Modern Science: Free Fall and Compounded Motion in the Work of Descartes, Galileo, and Beeckman. 2nd ed. New York: Springer New York, 2004.

Galilei 1898 – *Galilei G.* Le opere. Edizione nazionale. / A. Favaro (ed.). Firenze: Barbera, 1898. Vol. VIII.

Greaves 2002 – *Greaves M.* The Philosophical Status of Diagrams. Stanford: CSLI Publications, 2002.

Koyré 1966 – *Koyré A.* Études galiléennes. Paris: Hermann, 1966.

Le Podevin 2007 – *Le Podevin R.* The Images of Time: an Essay on Temporal Representation. New York: Oxford University Press, 2007.

Lemanski 2016 – *Lemanski J.* Means or end? Eulerian-diagrams in the history of modern philosophy // Логико-философские штудии. 2016. Т. 13. № 2. С. 82.

Palmerino 2010 – *Palmerino C. R.* The Geometrization of Motion: Galileo’s Triangle of Speed and its Various Transformations // Early Sci Med. 2010. Vol. 15 (4–5). C. 410–447.

Roby 2016 – *Roby C. A.* Diagrams // Oxford Research Encyclopedia of Classics. 2016. URL: http://classics.oxfordre.com/view/10.1093/acrefore/9780199381135.001.0001/acrefore-9780199381135-e-7021 (accessed: 08.05.2021).

Roby 2018 – *Roby C. A.* Technical illustrations // Oxford Research Encyclopedia of Classics. 2018. URL: http://classics.oxfordre.com/view/10.1093/acrefore/9780199381135.001.0001/acrefore-9780199381135-e-8164 (accessed: 08.05.2021).
Schemmel 2008 – *Schemmel M.* The English Galileo: Thomas Harriot's work on motion as an example of preclassical mechanics. Heidelberg: Springer, 2008.
Shin 1994 – *Shin S.-J.* The Logical Status of Diagrams. New York: Cambridge University Press, 1994.

Материал поступил в редакцию 09.07.2021
Материал поступил в редакцию после рецензирования 20.09.2021