

САМОРЕФЕРЕНТНОСТЬ, ЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ И КАТЕГОРИЗАЦИЯ В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПРЕДЛОЖЕНИЙ Л. ВИТГЕНШТЕЙНА

В. А. Суровцев

Томский научный центр СО РАН, Россия
Томский государственный университет, Россия
surovtsev1964@mail.ru

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда
№ 18-18-00057¹

Рассматривается источник логических парадоксов, выявленных Б. Расселом в системе обоснования математики, предложенной Г. Фреге. Самореферентность выражений, предложенная Б. Расселом как объяснение возникновения парадоксов, рассматривается с точки зрения разработанной им простой и разветвленной теории типов. Обосновывается, что теория типов, предложенная Б. Расселом, основана на онтологических предпосылках. Онтологические предпосылки зависят от предпочтения семантическому перед синтаксическим подходом, который принимается Б. Расселом. Рассмотрены синтаксические подходы к логическому символизму, которые позволяют устранить парадоксы с точки зрения языка современной символической логики. Анализируется подход к решению парадоксов Л. Витгенштейна, который основан на синтаксическом подходе. Показано, что этот подход отличается от способов построения языка, принятых в современной логике.

Ключевые слова: логические парадоксы, Б. Рассел, простая и разветвленная теория типов, семантический и синтаксический подходы к решению парадоксов, изобразительная теория предложений Л. Витгенштейна.

SELF-REFERENCE, THEORY OF TYPES, AND CATEGORIZATION IN WITTGENSTEIN'S PICTURE THEORY OF STATEMENTS

Valery A. Surovtsev

Tomsk Scientific Center, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Tomsk, Russian Federation
Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation
surovtsev1964@mail.ru

The article analyzes the source of logical paradoxes Bertrand Russell identified in the foundations of mathematics proposed by Gottlob Frege. Russell

¹ <https://rscf.ru/project/18-18-00057/>

proposed self-reference of expressions as the source of paradoxes. To solve paradoxes, he developed the simple and ramified theory of types. Ontological presuppositions are well substantiated for his theory; they depend on semantic, but not syntactic, preference. Contemporary approaches in symbolical logic prefer syntactic methods. But Wittgenstein's approach in his *Tractatus Logico-Philosophicus* is more interesting, especially from the perspective of his picture theory of statements.

Keywords: logical paradoxes, Bertrand Russell, simple and ramified theory of types, semantic and syntactic approach, Ludwig Wittgenstein's picture theory of statements.

DOI 10.23951/2312-7899-2021-4-213-233

Первая система современной кванторной логики, представленная Г. Фреге в работе о построении символического языка, пригодного для выражения того, что может быть высказано на языке математики [Фреге 2000], и развернутая им как средство обоснования математики в рамках программы логицизма, то есть программы сведения математики к логике, поскольку математика рассматривалась как развитая логика в его знаменитой работе [Frege 1893], оказалась, к сожалению, самопротиворечивой. Внутреннюю противоречивость логицистской системы Г. Фреге одним из первых обнаружил Б. Рассел, удосуживавшийся прочитать эту очень непростую книгу. Он же и сформулировал свой знаменитый парадокс, связанный с понятием множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента, а также указал на возможный источник этой самопротиворечивости.

Источник самопротиворечивости теорий, подобных теории Г. Фреге, Б. Рассел видит в таком их свойстве, как использование самореферентных, или рефлексивных, выражений, которые отличаются тем, что в качестве своего возможного значения «допускают совокупное целое, такое, что если бы оно было законным, то сразу увеличивалось бы за счет новых элементов, определенных в терминах его самого» [Рассел 2007, 25]. Употребление таких выражений ответственно за появление парадоксов, имеющих не только теоретико-множественный, но и семантический характер, например таких, как парадокс Греллинга, касающийся употребления выражения 'несамоназывающееся', или парадокс Лжеца, возникающий при попытке оценить истинностное значение такого утверждения, как «Я сейчас лгу». К парадоксальной ситуации в подобных случаях, как

утверждает Рассел, приводит то, что «в каждом противоречии нечто говорится о всех случаях некоторого рода, и из того, что говорится, по-видимому, производится новый случай, который как относится, так и не относится к тому же самому роду, что и те случаи, все из которых рассматривались в том, что было сказано» [Рассел 2007, 24].

Логические парадоксы, другими словами, появляются тогда, когда в качестве возможных значений выражения рассматриваются не только элементы некоторой совокупности, но и сама эта совокупность в целом. Например, при рассмотрении множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента, в качестве элементов данного множества представлены не только совокупности предметов, которые обладают свойством, задающим это множество, но и само это множество, их объединяющее. А в качестве значений выражения «несамоназывающееся» рассматриваются не только выражения, которые не указывают сами на себя, но и само это выражение. Подобная самореферентность является источником парадоксальных выводов и должна быть преодолена, что приводит Рассела к формулировке необходимого условия построения логической системы. Он утверждает, что в рамках системы «то, что включает все из совокупности, не должно быть элементом совокупности» [Рассел 2007, 25].

Стремление выполнить это условие приводит Б. Рассела к формулировке так называемой теории типов, первоначально представленной им в виде 'простой теории типов' [Russell 1974], а затем развитой до 'разветвленной теории типов' [Рассел 2007], которая была использована для непротиворечивого обоснования математики в фундаментальном труде *Principia Mathematica* [Уайтхед, Рассел 2005]. Суть теории типов, особенно простой, нетрудно понять. Так, основным утверждением простой теории типов является то, что ни одна совокупность элементов, представленная в теории, не должна содержать саму себя в качестве элемента. Это соображение накладывает ограничения на возможную онтологию объектов, дифференцируя последние на так называемые типы, где объекты, образующие идущий ниже в иерархии тип, могут образовывать совокупности, которые следует рассматривать только как объекты, относящиеся к более высокому типу. Технически в терминах теории классов это выражается следующим образом [Суровцев 2008].

Относительно образования возможных классов Рассел формулирует свой парадокс так: «Пусть w – это класс всех тех классов, которые не являются элементами самих себя. Тогда, каким бы ни был класс x , ' x является элементом w ' эквивалентно ' x не является элементом x '.

Поэтому если x придать значение w , то ' w является элементом w' ' эквивалентно ' w не является элементом w' '» [Рассел 2007, 22]. В этой формулировке класс, элементы которого задаются через свойство 'не быть своим собственным элементом', сам рассматривается с точки зрения обладания этим свойством. Это и приводит к противоречию. Чтобы избежать подобной парадоксальной ситуации, Рассел предлагает исключить саму возможность рассмотрения самореферентных классов, которые должны быть исключены из списка образующих их первоначальных элементов. Для этого все объекты необходимо разделить на типы [Рассел 2008].

Типы образуют иерархическую систему логических элементов, в которой необходимо строго различать классы и то, что их образует. Элементы класса всегда относятся к типу, низшему, чем сам класс. Так, если α, β, γ относятся к типу n , то образованные из них классы $\{\alpha\}, \{\alpha, \beta\}, \{\beta, \gamma\}, \{\alpha, \beta, \gamma\}$ и так далее относятся к типу $n + 1$. Низшим типом логических элементов Рассел считает индивиды, понимаемые как единичные, самостоятельно существующие предметы. Следующий логический тип образуют классы, составленные из индивидов. За ними идут классы, образованные из классов, составленных из индивидов, и т. д. Пусть $a, b, c \dots$ – индивиды, относящиеся к типу 1, тогда классы $\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\} \dots$ образуют второй тип, классы $\{\{a\}\}, \{\{a\}, \{b, c\}\}, \{\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{c\}\} \dots$ – третий тип и т. д.

Рассел формулирует следующее ограничение на образование подобных объектов: в рамках одного типа нельзя образовывать классы, которые состоят из элементов, относящихся к разным типам. С этой точки зрения незаконными образованиями являются конструкции типа $\{a, \{b, c\}\}, \{\{a, b\}, \{a, b, c\}\}$ и т. п. Данное ограничение действительно предотвращает источник парадокса, так как оно запрещает образовывать классы, являющиеся элементами самих себя. Если элементы совокупностей относятся к типу n , то сами совокупности относятся к типу $n + 1$.

В общем случае понятие типа не определено; важно только то, что если некоторые объекты относятся к типу N , то совокупности, включающие эти объекты, всегда будут относиться к типу $N + 1$. Ограничение, связанное с введением простой теории типов, гласит, что возможные значения выражений, указывающих на объекты, должны ограничиваться одним типом. В противном случае выражение считается бессмысленным. Сформулированная таким образом простая теория типов выступает для Рассела в качестве предпосылки построения любой символической системы, если она должна быть свободна от противоречий.

Важно то, что Рассел не ограничивается простой теорией типов, для решения ряда парадоксов она была недостаточной. В частности, это касалось парадоксов, где возникновение противоречий было связано не только с типом элементов, образующих классы, но и со способом задания самих классов. С точки зрения Рассела, каждый класс задается некоторым характеристическим свойством, или предикатом, выраженным соответствующей функцией. Элементы класса при этом есть не что иное, как область значений, выполняющих функцию. Любой функции вида $f(x)$ соответствует класс элементов $\{a, b, c, \dots\}$, относящихся к типу n , подстановка которых на место переменной x приводит к образованию истинного высказывания. Характеристическое свойство, или предикат, выраженный функцией, должен однозначно определять класс, но этого не происходит, когда значения не ограничиваются типом n , а для задания класса значений используется самореферентная функция.

Сформулированный в терминах определяющих свойств, или предикатов, парадокс Рассела звучит следующим образом: «Среди предикатов большинство обычных примеров не могут предикцироваться самим себе, хотя, если ввести отрицательные предикаты, обнаружится, что существует много примеров предикатов, которые предикцируемы сами себе. По крайней мере один из них, а именно предикцируемость, или свойство быть предикатом, не является отрицательным; очевидно, что предикцируемость предикцируема, то есть является предикатом самой себя. Но наиболее общие примеры являются отрицательными... Следовательно, предикаты, не предикцируемые сами себе, суть лишь выборка из предикатов, и естественно предположить, что они образуют класс, обладающий определяющим предикатом. Но если это так, исследуем, принадлежит ли этот определяющий предикат данному классу или же нет. Если он принадлежит данному классу, то он не предикцируем сам себе, ибо это является характеристическим свойством данного класса. Но если он не предикцируем сам себе, то он не принадлежит данному классу, определяющим предикатом которого он является, что противоречит предположению. С другой стороны, если он не принадлежит классу, определяющим предикатом которого он является, то он не предикцируем сам себе, то есть он является одним из тех предикатов, которые не предикцируемы сами себе, и, следовательно, он принадлежит классу, определяющим предикатом которого он является, что снова противоречит предположению. Следовательно, из обоих предположений мы можем вывести то, что им противоречит» [Рассел 2008, 78]. В этой формулировке парадокс также

блокируется средствами простой теории типов. Если учесть, что характеристическое свойство, выраженное функцией, задает класс выполняющих функцию предметов, то преодоление парадокса будет связано с тем, чтобы запретить в качестве аргументов функций те функции, которые задают классы, состоящие из предметов того же самого или более высокого типа, чем исходная функция.

Однако, коль скоро речь зашла об определяющих свойствах, или предикатах, и соответствующих им функциях, дело осложняется, поскольку в расчет должен приниматься не только характер аргументов, то есть определяться их тип, но и характер построения предикатов и соответствующих им функций. Дело в том, что при построении функций, в свою очередь, может использоваться указание на общность свойств или предикатов, характеристических для некоторого класса объектов. Здесь при построении функции, задающей класс, будет задействована общность других функций, как в случае, когда, например, говорят о свойстве обладания всеми свойствами определенного вида (соответственно, функция, задающая этот класс, будет строиться с помощью указания на все функции определенного вида). Таковой, например, будет функция $F(x)$, определяемая следующим образом: $F(x) =_{\text{def}} (f)(F(f) \ni f(x))$. Здесь в определяющей части функции $F(x)$ указывается на общность функций вида $f(x)$.

Возникает вопрос: что может, а что не должно включаться в общность подобного вида? Соответственно общим установкам Б. Рассела, если бы сама функция $F(x)$ включалась в эту общность, то она была бы самореферентной, что чревато парадоксами. Поэтому такую возможность следует исключить. Таким образом, на образование общности определяющих свойств, или предикатов, также накладывается ограничение. Само свойство, или предикат, обладания всеми свойствами или предикатами определенного вида не должно относиться к этому виду. Оно должно относиться к более высокому порядку, нежели те свойства, на которые оно указывает. Соответствующее требование касается и функций. Функция, при построении которой используется общность функций порядка m , сама относится к порядку $m + 1$. Для предотвращения парадоксов порядки функций, как и типы их аргументов, не должны смешиваться. Так же, как и тип аргументов в общем случае, понятие порядка функции не определено. Важно только то, что если функции, образующие общность, относятся к порядку M , то функция, при построении которой используется их общность, относится к порядку $M + 1$.

Разветвленная теория типов предотвращала возникновение в рамках символической системы известных парадоксов, хотя она и не была лишена определенных недостатков. Так, например, различение аргументов функций на типы привело к необходимости введения в систему Principia Mathematica дополнительной аксиомы, а именно *Аксиомы бесконечности*, а различение функций на порядки потребовало введение так называемой *Аксиомы сводимости*. Обе эти аксиомы в формулировке Б. Рассела зачастую вызывали неприятие своим явно выраженным содержательным характером, затрагивающим определенные онтологические допущения. Но на самом деле это было не столь уж и важным, поскольку допущения, касающиеся природы объектов и характера присущих им свойств в системе Principia Mathematica присутствуют изначально, так как в ее основание уже заложена теория типов, имеющая, по существу, характер онтологического допущения. И, стало быть, одним допущением больше или одним меньше – особой роли не играет. В принципе, Ф. П. Рамсей, модифицировав теорию типов Б. Рассела, показал, как от определенных допущений, скажем, *Аксиомы бесконечности* или *Аксиомы сводимости*, можно избавиться [Суровцев 2012]. Более того, он показал, что для логицистской программы обоснования математики, как ее понимал Б. Рассел, если все логические парадоксы разделить на теоретико-множественные и семантические, достаточно ограничиться простой теорией типов, предотвращающей парадоксы первой группы, чего в принципе достаточно для логицистских целей Рассела, а парадоксы второй группы можно решить другими, хоть и похожими на разветвленную теорию типов, средствами [Рамсей 2011]. Тем не менее подход, известный как теория типов Б. Рассела, сохраняет свое важное значение. И это связано не столько с пониманием источников и способов преодоления парадоксов, сколько с общим пониманием характера построения формальных систем, которое имеет существенное значение для понимания их функционирования.

Самое интересное в формулировках Б. Рассела, пожалуй, заключается в том, что в них отсутствует различие самореферентности в средствах обозначения и в том, что обозначается. Более того, самореферентность он связывает прежде всего с тем, что обозначается, видя источник парадоксов именно в попытке образования монструозных объектов, вроде множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента, или свойства всех свойств, относящегося к тому же виду, что и сами эти свойства. Именно попытка описания таких объектов как раз и приводит к тому, что возникают парадоксы.

Парадоксы возникают на уровне описания, хотя ответственность за них возлагается на самореферентность самого объекта описания. Именно самореферентность объекта описания приводит к тому, что описание становится самопротиворечивым.

Отсюда вытекает и способ, которым действует Б. Рассел. Он запрещает в онтологии существование монструозных объектов, на что в общем и нацелена теория типов. Различение типов и порядков и запрет на образование объектов, в которых типы и порядки смешаны, предотвращает парадоксы на уровне их описания, хотя и приводит к ряду других затруднений. Но главное, чего достигает Б. Рассел, – непротиворечивость формальной системы сохранена. Представляется, однако, что такой ход у Рассела связан с тем, что у него отсутствует четкое различие между семантическими и синтаксическими аспектами формирования символической системы. Именно поэтому непротиворечивость описания, что, собственно, относится к уровню синтаксиса, то есть способу построения выражений, он пытается предотвратить, обращаясь к значению выражений. Видимо, в той или иной степени он исходит из представления о том, что система описываемых объектов должна предшествовать самой системе описаний, и, стало быть, все недостатки описания должны быть отнесены на счет принимаемой онтологии. А если это так, то соответствующие ограничения на онтологию, то есть на возможные значения используемых в описании выражений, должны способствовать преодолению нежелательных следствий (в частности, парадоксов) в самом описании.

Об этом свидетельствует, например, то, что в системе *Principia Mathematica* не проводится последовательного различия синтаксиса и семантики формального языка, но чисто синтаксическая сторона его построения всегда ставится в зависимость от характера описываемых в этой системе объектов. Так в *Principia Mathematica* уже во введении [Уайтхед, Рассел 2005, 33–161] задается возможная онтология в связи с формулировкой и принятием разветвленной теории типов, включающей различие типов объектов и различие порядков, задающих совокупности объектов функций, в качестве предпосылки построения непротиворечивой формальной системы.

Использование самореферентных выражений, приводящих к парадоксам, предотвращается тем, что не допускаются значения, на которые они могли бы указывать. В силу этого в рамках символической системы такие выражения исключаются характером того, для обозначения чего эта система предназначена. Совокупность, включающая некоторые объекты, всегда относится к следующему

в иерархии типу, нежели сами эти объекты, а функции, задающие совокупности совокупностей объектов через указание на другие функции, всегда относятся к следующему в иерархии порядку, чем первоначальные функции. В силу этого бессмысленно говорить о том, что какая-то совокупность (класс или множество) включает или не включает себя в качестве элемента или какая-то функция имеет или не имеет себя в качестве аргумента. Это предотвращается характером принимаемой онтологии. Самореферентные выражения, приводящие к формулировке логических парадоксов, согласно Б. Расселу, невозможны уже потому, что невозможны или, скорее, недопустимы те объекты, которые они могли бы описывать. Вывод, который из всего этого можно сделать, заключается в том, что логика в представлении Б. Рассела онтологически мотивирована, а символическая система не может рассматриваться вне связи с системой объектов, для описания которой она предназначена.

Чрезмерное внимание, уделяемое Б. Расселом тем особенностям символической системы, которые связаны с характером обозначаемого, то есть принимаемой онтологией, предназначенной для описания, заставляют взглянуть на проблему непротиворечивости логики с другой стороны. Что если возникновение парадоксов связано не с возможностью существования и несуществования монструозных объектов вроде самореферентных объектов и их свойств, а с особенностями принятого описания? Коль скоро эти объекты обнаруживаются на уровне функционирования системы знаков, то разве не может быть так, что явление самореферентности связано не с онтологией, не с семантикой знаков, а с самими знаками, выражениями, которые из них могут быть построены, и отношениями между знаками и выражениями? Таким образом, проблема самореферентности сводилась бы к синтаксическому уровню, а вместе с ней и проблема возникновения парадоксов. В синтаксически правильно организованной символической системе логические парадоксы, основанные на самореферентности, не могут появиться в силу построения самого синтаксиса.

В этом случае в правила построения выражений из исходных знаков уже встраивается то, что предохраняет от появления самореферентных выражений. Стало быть, и символическая система, в которой такие выражения запрещены правилам синтаксиса, должна быть свободна от парадоксов, поскольку их просто нельзя будет сформулировать. Синтаксическая невозможность построения самореферентных выражений демонстрирует также и то, что их семантика свободна от соответствующих объектов. Самореферентные

объекты просто исключаются в силу особенностей синтаксиса. Таким образом, переосмысление роли синтаксиса позволяет по-иному взглянуть на проблему логических парадоксов и их возникновение. Построение символической системы должно начинаться не с фиксации онтологии, то есть с того, для выражения чего она предназначена. Построение символической системы должно начинаться с конструирования удовлетворительного синтаксиса, который сам по себе исключал бы возможные противоречия. Синтаксис в этом смысле имеет первичный характер по отношению к семантике.

Переосмысление роли синтаксиса при построении символических систем связано с формалистской программой Д. Гилберта в основаниях математики. Символическая система есть прежде всего формальное многообразие, заданное совокупностью первоначальных знаков и способами оперирования с ними. Вопросы интерпретации при этом отходят на второй план. Требование непротиворечивости относится, таким образом, не к невозможности определенных конфигураций обозначаемых объектов, а к невозможности построения определенных конфигураций знаков. Доказательство же непротиворечивости, а тем самым и непарадоксальности, сводится к доказательству того, что из исходных знаков с помощью правил образования и преобразования сложных выражений нельзя получить синтаксические конструкции определенного вида. Таким образом, если источником парадоксов является самореферентность, а она исключается, поскольку исходные знаки не самореферентны, а правила образования и преобразования не приводят к самореферентности производных выражений, то исчезает источник парадоксов, а вместе с ним и они сами.

В современных руководствах по логике для философов² и философской логике³ к построению символических систем превалирует именно такой синтаксический подход. После неформальных разъяснений, касающихся того, что будет пониматься под высказыванием (или предложением), а также его логическими и дескриптивными элементами, сугубо синтаксическими методами строится формальный язык. Прежде всего задается список изначальных символов (алфавит), которые единственно могут использоваться для образования сложных выражений, затем устанавливаются рекурсивные определения, посредством которых из знаков алфавита можно образовать допустимые выражения языка или правильно

² См., например: [Bergman, Moor, Nelson 2009] или [Бочаров, Маркин 2008].

³ См., например: [Sider 2010].

построенные формулы. Эти рекурсивные определения являются эффективными в том смысле, что если они представляют собой «пример рекурсивного определения, в котором сложные случаи определяются с помощью простых... то определение обеспечивает основу для эффективного метода установления того, является ли выражение предложением. Это означает, что за конечное число механических шагов мы можем определить, является ли выражение предложением. Можно показать, что выражение является предложением, начиная с сентенциальных букв, которые встречаются в выражении, и непрерывно используя сформулированные определения, до тех пор, пока не образуется рассматриваемое предложение» [Bergman, Moor, Nelson 2009, 71]. Под предложениями в данном случае понимаются правильно построенные формулы, которые только и могут использоваться для получения других правильно построенных формул с помощью правил преобразования, при этом с помощью принятых правил преобразования из правильно построенных формул можно получить только правильно построенные формулы.

При строго синтаксическом подходе к построению искусственной символической системы парадоксы блокируются самими способами построения языка, поскольку в них заложены такие принципы, которые изначально исключают возможность построения самореферентных выражений, считающихся основным источником парадоксов. Построение начинается с установления не того, что может или не может описываться в символическом языке, а того, какие символы допустимы, то есть могут быть значимыми, и только затем строится интерпретация, но при таком подходе самореферентность обозначаемого просто не может возникнуть в силу того, что она отсутствует у обозначающего.

Нельзя сказать, что при таком подходе элементы теории типов отсутствуют полностью. Только типизация здесь затрагивает не обозначаемое, а обозначающее. Синтаксический подход в указанном выше смысле заменяет типизацию объектов и определяющих свойств типизацией обозначающих их знаков. Правильно построенный синтаксис выражений учитывает такую типизацию при построении допустимых выражений (правильно построенных формул). Подобного рода типизация устанавливается в рамках выделения различных категорий словаря, за которыми закрепляются определенные роли. Например, одни типы знаков выполняют роль имен или индивидуальных переменных, а их возможное значение закрепляется за тем, что может выполнять роль аргументов функций,

за другим типом знаков закрепляется роль собственно знаков функций, где роль аргументов выполняют знаки первого типа. Типизация знаков может быть расширена за счет новых категорий знаков, выполняющих иную роль, чем знаки указанных двух предыдущих типов. Например, могут быть типизированы знаки функций, в которых роль аргумента выполняют знаки других функций, но идущего ниже типа. Категоризация словаря символического языка и закрепление способов образования правильных синтаксических конструкций с опорой на типизацию знаков позволяют избежать самореферентных выражений, поскольку исключается смешение разных типов знаков.

Типизацию знаков подобного рода и основанный на ней синтаксис Е. В. Борисов с опорой на работу [Andrews 2002] описывает, например, следующим образом: «Типизация символов в теории типов и деление типов на порядки представляет собой более изощренный, нежели в случае пропозициональной логики, вариант деления вокабуляра на синтаксические категории. В теории типов бесконечное множество типов и их порядки определяются рекурсивно: 1) i – тип порядка 0; 2) o – тип порядка 1; 3) если t_1, \dots, t_n – типы, то (t_1, \dots, t_n) – тип, порядок которого на 1 больше, чем максимальный из порядков типов t_1, \dots, t_n . Каждая переменная и константа формального языка теории типов типизирована, то есть отнесена к тому или иному типу. В синтаксисе данного языка типы и порядки термов учитываются следующим образом. Пусть t_1, \dots, t_n – типы переменных x_1, \dots, x_n соответственно. Тогда переменная P в формуле $P(x_1, \dots, x_n)$ должна быть типа t_1, \dots, t_n , что означает, в частности, что она должна быть большего порядка, чем любая из переменных x_1, \dots, x_n » [Борисов 2021]. При таком подходе к синтаксису, основанном на категоризации знаков и разделении их на типы, конструирование самореферентных выражений вроде $f(f)$ невозможно, поскольку невозможно в данной конструкции вхождение f в первой и второй позиции одновременно. Это приводит к смешению типов, нарушая категоризацию знаков. Вернее, такие конструкции не будут удовлетворять правилам синтаксиса и, следовательно, не будут правильно построенными выражениями.

Отметим, что типизация здесь существенно иная, чем типизация у Б. Рассела. Она не апеллирует к значениям знаков, но относится исключительно к синтаксическим категориям. Сама типизация при таком синтаксическом подходе не отменяется. Важно то, что она имеет принципиально иной характер. Между тем подход, который основан на устранении самореферентности выражений синтаксиче-

скими средствами, характеризует не только современные руководства по логике. С опорой на синтаксис проблему парадоксов, избегая расселовскую теорию типов, пытался решить Л. Витгенштейн в своем «Логико-философском трактате» [Витгенштейн 2008]. Возникает, однако, вопрос: насколько подход Л. Витгенштейна аналогичен или может рассматриваться как определенного рода предвосхищение современных синтаксических подходов, при которых самореферентные выражения невозможны в силу особенностей построения самого языка?

Указание на приоритет синтаксиса содержится в афоризме 3.33 «Логико-философского трактата», где Витгенштейн утверждает: «В логическом синтаксисе значение знака не должно играть никакой роли; должна быть возможна разработка логического синтаксиса без всякого упоминания о значении знака; она должна предполагать только описание выражений» [Витгенштейн 2008, 66]. В определенном смысле это утверждение можно рассматривать как развитие его известного тезиса, который обнаруживается в подготовительных материалах к «Логико-философскому трактату», где развивается идея автономности логического знания. В частности, Л. Витгенштейн говорит, что «логика должна заботиться о себе сама» [Витгенштейн 2015а, 30]. В собственном смысле этот тезис означает, что средства формальной организации знаний должны быть самодостаточны. Самодостаточны в том отношении, что логика должна быть свободна от всяческих предпосылок со стороны онтологии и эпистемологии. Допустимые логические формы должны устанавливаться на уровне описания синтаксиса символического языка, а не являться следствием той или иной принимаемой теории значения. Действительно, если логика есть теория связи одних освобожденных от содержания форм знания с другими такими же формами, то вопрос заключается только в том, каким образом это отражается в выражающих эти формы синтаксических конструкциях знаков, а не в том, что именно эти знаки могут обозначать. В этом отношении Витгенштейн считает ошибочным подход Б. Рассела к описанию структуры символического языка. Ошибка Рассела, утверждает Витгенштейн в афоризме 3.331, заключается в том, что «при разработке своей символики он должен был говорить о значении знаков» [Витгенштейн 2008, 66]. Подобного рода подход чужд собственно логике, поскольку заставляет обращаться к онтологическим предпосылкам. Но один из основных тезисов «Логико-философского трактата», выраженный в афоризме 3.334, гласит: «Правила логического синтаксиса должны быть понятны сами собой, если

только известно, как обозначает каждый знак» [Витгенштейн 2008, 68]. С точки зрения Витгенштейна, логика не должна быть связана с исследованием характера представленных в описании объектов, она не должна говорить о том, что именно обозначает каждый знак, ее забота касается только того, каким образом знак обозначает, то есть того, что как раз и делает знак знаком.

Упор на синтаксис и стремление освободить логику от эпистемологических и онтологических предпосылок приводит Витгенштейна к пересмотру соотношения синтаксиса и семантики в логических теориях, подобных теории Б. Рассела. Синтаксис имеет определяющее значение, но в каком смысле? Что здесь можно сказать о влиянии онтологических предпосылок на характер самого синтаксиса? Эти вопросы особо касаются той роли, которую получают онтологические предпосылки в теории Б. Рассела в связи с преодолением логических парадоксов и ответственной за них самореференции. В рамках проекта основания математики с точки зрения логики приоритет семантике относительно синтаксиса отдавался не просто так. Когда Б. Рассел ответственность за возникновение парадоксов возлагает на попытку ввести в область возможных значений знаков символической теории объекты произвольной природы, включающие монструозные объекты вроде принадлежащих и не принадлежащих себе в качестве элементов класса или подразумевающие в том числе и самих себя свойства, указывающие на все другие свойства чего-либо, он стремится в общем-то к тому, чтобы с точки зрения того, что пытаются обозначить, объяснить парадоксальность системы обозначения. Парадоксальность символической системы в этом случае связывается с тем, что, как предполагается, описываемые в символической системе объекты могут быть любыми, вообще любыми. И если это так, то предотвратить парадоксальность символической системы можно с помощью ограничений, накладываемых на сами описываемые объекты. На этом и основана теория типов Б. Рассела, как простая, так и разветвленная. Ограничение значений знаков типами и порядками приводит к тому, что и сами знаки подчинены своеобразной типизации с точки зрения их возможных значений.

Совершенно иной подход обнаруживается у Л. Витгенштейна в «Логико-философском трактате». Поскольку «логика должна заботиться о себе сама», то ни о какой теории значения в смысле Б. Рассела как о том, что лежит в основании логики, речи идти не может. Символическая система, конечно, должна быть свободна от парадоксов, но эта свобода не должна обеспечиваться теми

средствами, которые предлагает расселовская теория типов. Свобода символической системы от парадоксов должна обеспечиваться не ограничениями, накладываемыми на то, что она должна обозначать, но ее собственными особенностями, которые должны указывать на то, как вообще могут обозначать знаки, если они должны быть знаками чего-то.

Ведущая роль теории значения для символической системы у Б. Рассела была обусловлена стремлением освободиться от парадоксов. Против этого стремления вряд ли что-то можно возразить. Но насколько это стремление связано именно с семантикой и принимаемой типизацией значений знаков? Нужно ли для предотвращения возможных парадоксов, имеющих источником самореференцию, делать акцент именно на том, что знаки могут и должны обозначать? Разве эту задачу должна разрешать простая или разветвленная теория типов Б. Рассела? Ответы на эти вопросы у Витгенштейна отрицательны.

Если задачу логики при формировании символической системы следует ограничивать лишь синтаксисом, то любая теория, предполагающая типизацию значений знаков, которая должна служить предпосылкой логического анализа, должна быть отвергнута. В одном из писем к Б. Расселу, относящемся ко времени подготовки «Логико-философского трактата», Л. Витгенштейн недвусмысленно указывает на излишний характер теории типов для логики. В частности, он пишет следующее: «От всяких теорий типов нужно избавиться с помощью теории символизма, показывающей, что то, что, по всей видимости, является различными видами вещей, символизируется различными видами символов, из которых один, вероятно, не может быть подставлен на место другого» [Витгенштейн 2015b, 199]. Такое избавление Л. Витгенштейн видит как раз в синтаксических особенностях символической системы, а именно в тех особенностях, которые делают знак знаком чего-то такого, чем он сам не является.

В общем случае, когда речь идет о символической системе, имеется в виду, что элементы самой символической системы указывают на то, что ее элементами не является. Символическая система посредством принятых в ней способов обозначения сообщает нам о том, для выражения чего она предназначена. Знак в этом случае должен иметь определенное значение, но то, что делает знак знаком, отнюдь не само это значение, но возможность знака обозначать. Эта возможность не является произвольной. Нельзя просто взять и с каждым символом связать некоторое значение. Возможность

такой связи должна быть обусловлена особенностями самого символа. Возникает вопрос: что же обеспечивает такую возможность? Для Витгенштейна такую возможность обеспечивает не прямое указание на то, какими должны быть предполагаемые значения, чтобы знак их мог обозначать, как у Б. Рассела, но то, какое место занимает знак относительно других знаков.

Особенность синтаксического подхода к знаку у Витгенштейна обусловлена тем, что знак обозначает не сам по себе, но лишь в своем отношении к другому знаку. Отношение к другому знаку ответственно за способность знака обозначать, ибо не знак сам по себе приобретает значение, сама возможность значения возникает только тогда, когда знак включен в систему других знаков. Отсюда как раз и возникает приоритетное значение синтаксиса в символической теории. Дело не просто в том, что задаются некоторые значки, которые способны указывать на нечто такое, чем сами они не являются. Значки становятся знаками символической системы, когда устанавливается их взаимосвязь с другими значками. Символической системой являются не значки сами по себе, но знаки, приобретающие возможное значение только во взаимосвязи с другими знаками. Поэтому возможность символизации прежде всего обеспечивается не отношением знака к обозначаемому, но отношением знака к другим знакам.

Такое понимание роли синтаксиса как того, что определяет возможность знака обозначать тем или иным способом в рамках его отношения к другим знакам, дает Л. Витгенштейну такую интерпретацию аппарата символической системы, которая уже самим отношением знаков друг к другу позволяет преодолеть те затруднения, для устранения которых была предназначена теория типов Б. Рассела. Дело не в том, что нужно запретить в качестве значения объекты определенной структуры, а вместе с ними и обозначающие их знаки. Дело в том, что сама символическая система, определяющая возможность знака обозначать, должна показывать, какие последовательности значков могут иметь значение, а какие – нет. Роль каждого элемента в последовательности символов определяется его отношением к другим символам, а не тем, что он мог бы обозначать сам по себе, изолировано от других символов. Определяющая роль синтаксиса демонстрируется, например, тем, что функция и ее аргумент должны символизироваться различным способом не через отношение к тому, что они обозначают, но через их отношение друг к другу. Важным здесь является уже то, что нельзя представить такую символизацию, которая приводила бы к самореференции.

Действительно, если значения знаков функций и аргументов определяются не сами по себе, но лишь через отношение друг к другу, то возможность смещения значений, когда функция может стать своим собственным аргументом, что привело бы к предполагаемым логическим парадоксам, исключается уже самим способом записи, предусмотренным синтаксисом символической системы. В рамках правильно построенного синтаксиса логические парадоксы вроде парадокса Рассела или Греллинга просто не могут быть сформулированы, поскольку возможность их формулировки предотвращается особенностями синтаксиса. Любая попытка их выразить будет просто неправильно построенной синтаксической конструкцией. Возможность знака обозначать предопределена не тем, что, как предполагается, он должен обозначать, но тем, в каком отношении он находится к другому знаку. Поэтому оценка осмысленности любого выражения должна начинаться не с выяснения того, что может или не может обозначать отдельный знак, но с выяснения того, какую роль он играет в синтаксической конструкции, когда связывается в нечто единое с другими знаками.

Для Л. Витгенштейна возможные значения знаков не предугадываются до того, как определяются возможные синтаксические конструкции (например, предложения или высказывания), которые из них могут быть построены. Важным является только то, что свое возможное значение знак принимает в рамках целостной синтаксической конструкции (например, предложения или высказывания). До этого говорить о каких-то возможных значениях знака смысла не имеет. Бессмысленно говорить, что какой-то знак обозначает функцию, а какой-то – аргумент до тех пор, пока они не объединены в некоторое единое целое. Характер знака как функции или как аргумента определяется не относительно знака самого по себе, но только в их отношении друг к другу. Символическую функцию в данном случае несет не сам по себе знак, но только знак в его отношении к другому знаку с точки зрения того, какое место он занимает в рамках целостного выражения. То, что является функцией, определяется относительно аргумента, а то, что является аргументом, определяется относительно функции [Суровцев 2021, 230].

В этом отношении Л. Витгенштейн переосмысляет характер функционирования самореферентных выражений. Функция не может выступать своим собственным аргументом, а символ, помимо элементов, входящих в совокупность, не может в качестве возможного значения иметь саму совокупность, поскольку это просто приводило бы к неправильным логико-грамматическим конструкциям.

В афоризме 3.333 «Логико-философского трактата» Витгенштейн пишет по этому поводу: «Функция не может быть своим собственным аргументом, потому что функциональный знак уже содержит первообраз своего аргумента, а он не может содержать самого себя. Предположим, например, что функция $F(fx)$ могла бы быть своим собственным аргументом; тогда должно иметься предложение ' $F(F(fx))$ ', и в нем внешняя функция F и внутренняя функция F должны иметь разные значения, потому что внутренняя функция имеет форму $\phi(fx)$, а внешняя – $\psi(\phi(fx))$. Общим у обеих функций является только буква F , которая сама по себе ничего не обозначает... Этим самым устраняется парадокс Рассела» [Витгенштейн 2008, 68]. Таким образом, при надлежащем понимании синтаксиса проблема функционирования самореферентных выражений снимается сама собой. При правильном понимании логико-грамматических конструкций самореферентных выражений просто не может возникнуть. Свой подход Л. Витгенштейн резюмирует в афоризме 3.332: «Ни одно предложение не может высказывать что-либо о себе самом, потому что пропозициональный знак не может содержаться в самом себе (это есть вся 'теория типов')» [Витгенштейн 2008, 66].

Синтаксический подход, который использует Л. Витгенштейн в «Логико-философском трактате», основан, конечно, на специфическом способе понимания того, что логика может решить сама по себе, если ее действительно рассматривать как свободную от всяческих онтологических и эпистемологических предпосылок. Тезис, что «логика должна заботиться о себе сама», если логику понимать только как анализ свободных от содержания символических конструкций, обосновывается описанием соотношений знаков с точки зрения того, что они в принципе могут обозначать. И синтаксис символической системы здесь, конечно, играет определяющую роль. Но остается вопрос о том, каким образом подход Л. Витгенштейна соотносится с подходами, основанными на категоризации и типизации самих знаков. Если типизация значений знаков, предполагаемая простой и разветвленной теорией типов Б. Рассела, может быть отменена указанием на роль синтаксиса в установлении того, как знаки вообще могут обозначать, то какую роль здесь может играть категоризация и типизация самих знаков? Этот вопрос совсем не прост, если учесть, что Л. Витгенштейн говорит о том, что нужно отказаться вообще от любой теории типов. Означает ли, что такой отказ касается не только отказа от типитизации значений знаков, но и отказ от типитизации и категоризации самих знаков?

Этот вопрос важен в контексте рассмотренного выше синтаксического подхода, основанного на том, что преодоление самореферентности достигалось категоризацией и типизацией знаков, когда само построение символической системы начиналось с рекурсивных определений правильно построенных формул. В каком смысле синтаксический подход Л. Витгенштейна в «Логико-философском трактате» может быть соотнесен с построениями подобного рода?

Первое, что здесь можно отметить, касается того, что Витгенштейн действительно отказывается от любой теории типов, будет ли эта типизация основана на категоризации значений знаков или на категоризации самих знаков. От любой теории типов следует избавиться в силу того, что любая попытка различить знаки на основании того, что может быть приписано им в качестве значения, терпит неудачу уже потому, что для этого должно использоваться указание на сами эти же знаки. Но и сама попытка типизации знаков также не является удовлетворительной. Категоризация знаков предполагает, что язык уже создан до того, как предпринята любая возможность высказать что-либо с помощью тех средств, которые он предполагает. В том смысле, что словарь должен был бы задаваться заранее. Но язык в общем случае не строится таким образом. Так строится только искусственный язык. Типизация знаков синтаксиса может предполагаться тогда, когда язык, по предположению, должен удовлетворять определенным условиям. К примеру, он не должен приводить к противоречиям.

Вопрос о типизации знаков, предполагаемый тем, что категоризация знаков символического языка задается при построении любой формальной системы, в «Логико-философском трактате» Л. Витгенштейна отсутствует уже просто потому, что он рассматривает знаковую систему не с точки зрения того, какие объекты могут обозначаться, и того, какие знаки для этого могут быть предусмотрены. Вопрос именно в том, что сами знаки становятся знаками только тогда, когда устанавливается их возможность обозначать. Но ни один знак сам по себе не является знаком. Знак является знаком только в отношении к другому знаку. У Л. Витгенштейна нет типизации и категоризации знаков, которые устанавливались бы до построения языковой системы. Типизация и категоризация знаков есть функция самой символической системы, когда устанавливается сама возможность знаков обозначать.

Дело здесь не просто в том, что у Л. Витгенштейна в «Логико-философском трактате» отсутствует типизация знаков, принятая на уровне рекурсивных определений при построении символического

языка. Дело в том, что у него вообще не предполагается категоризации и типизации подобного рода. Типизация и категоризация символов языка вообще не являются предпосылкой построения любой возможной символической системы. Все обстоит как раз наоборот. Понимание того, что такое символическая система, задает, каким образом функционируют ее элементы. У Л. Витгенштейна вообще нет категоризации и типизации в том смысле, в котором они используются Б. Расселом для различения типов значения, нет их и в том смысле, в котором типизация и категоризация используются для различения типов знаков, с помощью которых строятся символические системы. Нет заранее никакой категоризации, и типов как таковых нет, заранее определенных. Также и рекурсивных определений, с помощью которых строится свободный от самореферентных выражений, а, стало быть, и от логических противоречий язык.

Синтаксис в «Логико-философском трактате» Л. Витгенштейна строится на очень интересном понимании того, как вообще относятся знаки к обозначаемому. Имеется в виду его изобразительная теория предложений. В образе обозначают элементы образа в их отношении друг к другу, а не категоризированные знаки и построенные из них типизации выражений. Предложение, как считает Л. Витгенштейн, есть факт, но факт не может включать сам себя в качестве элемента. Он символизирует посредством соотношения своих элементов. Остается вопрос, каким образом осуществляется символизация подобного рода. Но это вопрос уже другого и отдельного исследования.

БИБЛИОГРАФИЯ

- Борисов 2021 – *Борисов Е. В.* Теория символизма Рассела-Витгенштейна // Вестник Томского государственного университета. Философия, Социология, Политология. 2021. № 62. С. 211–217.
- Бочаров, Маркин 2008 – *Бочаров В. А., Маркин В. А.* Введение в логику. М.: Форум: ИНФРА-М, 2008.
- Витгенштейн 2008 – *Витгенштейн Л.* Логико-философский трактат. М.: Канон+ РООИ Реабилитация, 2008.
- Витгенштейн 2015а – *Витгенштейн Л.* Дневники 1914–1916. М.: Канон+ РООИ Реабилитация, 2015.
- Витгенштейн 2015б – *Витгенштейн Л.* Из писем Витгенштейна к Расселу (1912–1922) // Дневники 1914–1916. М.: Канон+ РООИ Реабилитация, 2015. С. 196–212.

- Рамсей 2011 – *Рамсей Ф. П.* Философские работы. М.: Канон+, 2011.
- Рассел 2007 – *Рассел Б.* Математическая логика, основанная на теории типов // *Рассел Б.* Введение в математическую философию. Новосибирск: Сибирское университетское изд-во, 2007. С. 21–66.
- Рассел 2008 – *Рассел Б.* Основания математики (Приложение В: Теория типов) // *Вестник Томского государственного университета. Философия, Социология, Политология.* 2008. № 1 (2). С. 123–129.
- Суровцев 2008 – *Суровцев В. А.* О простой теории типов Б. Рассела // *Вестник Томского государственного университета. Философия, Социология, Политология.* 2008. № 1 (2). С. 120–122.
- Суровцев 2012 – *Суровцев В. А.* Ф. П. Рамсей и программа логицизма. Томск: Изд-во Том. ун-та. 2012.
- Суровцев 2021 – *Суровцев В. А.* Является ли теория символизма Л. Витгенштейна радикальной версией теории типов? // *Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология.* 2021. № 62 С. 228–236.
- Уайтхед, Рассел 2005 – *Уайтхед А. Н., Рассел Б.* Основания математики. Самара: Самарский ун-т, 2005. Т. 1.
- Фреге 2000 – *Фреге Г.* Исчисление понятий, язык формул чистого мышления, построенный по образцу арифметического // *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. М.: Аспект Пресс, 2000. С. 65–147.
- Andrews 2002 – *Andrews P. B.* An Introduction to Mathematical Logic and Type Theory: To Truth Through Proof. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Bergman, Moor, Nelson 2009 – *Bergman M., Moor J., Nelson J.* The Logic Book. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 2009.
- Russell 1974 – *Russell B.* Principles of Mathematics. London: Allen & Unwin LTD, 1974.
- Sider 2010 – *Sider Th.* Logic for Philosophy. Oxford: University Press, 2010.
- Frege 1893 – *Frege G.* Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet. Jena, 1983. Bd. 1.

Материал поступил в редакцию 02.07.2021

Материал поступил в редакцию после рецензирования 14.09.2021